**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Алгебраическая К-теория

Algebraic K-Theory

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001270

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Обучение обучающихся основным методам алгебраической К-теории; понимание единства алгебраической и топологической К-теории.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Предполагается владение инструментарием линейной алгебры и теории групп на уровне общего курса «Алгебра и теория чисел».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Умение вычислять К-теорию простейших флаговых многообразий, представление о связях К-теории и арифметики, понимание фундаментального значения пионерских работ Квиллена, неразрывно связавших топологические и алгебро-геометрические методы.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В качестве основных форм аудиторной работы в рамках курса в 8 семестре предполагается проведение практических занятий (22 часа) и самостоятельная работа с использованием методических материалов (44 часа). Практические занятия подразумевают решение различных задач по темам курса. Самостоятельная работа, помимо решения задач, подразумевает подробное изучение теоретического материала по соответствующим темам дисциплины с использованием источников из списков основной и дополнительной литературы к курсу. Объём занятий в активных и интерактивных формах - 20 часов. Промежуточная аттестация: зачет в 8 учебном семестре 4 курса.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 8 |  | |  |  | 22 |  | |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | | 4 |  | 20 | 2 |
|  |  | |  |  | 2-25 |  | |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО |  | |  |  | 22 |  | |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | | 4 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | |
| Семестр 8 |  | |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации | |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**Раздел 1 . Младшая K-теория (11 часов)**

Проективные модули и векторные расслоения. Примеры вычисления функтора K0 от некоторых типов колец. Относительные группы K0 и вырезание. Теорема Суслина-Квиллена о проективных модулях над кольцом многочленов. Гомотопическая инвариантность функтора K’0. Функтор K1, граничный гомоморфизм, связывающий K0 и K1. Универсальные центральные расширения и группа Стейнберга. Милноровское определение K2. Символ Стейнберга и формулировка теоремы Мацумото.

**Раздел 2. Старшая K-теория (11 часов)**

Классифицирующие пространства. Плюс-конструкция Квиллена. Точные категории. Q-конструкция Квиллена, К-теория точных категорий. Вычисление младшей K-теории при помощи Q-конструкции. Теорема отвинчивания и теорема о резольвенте. Теорема локализации. Вычисление Квиллена K-теории конечного поля.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По данному курсу предусмотрено проведение практических занятий и организация самостоятельной работы с использованием методических материалов. Предполагается, что проводят занятия и организуют самостоятельную работу преподаватели, имеющие опыт проведения занятий в рамках общего курса алгебры и теории чисел на 1-2 курсах и чтения вариативных курсов.

Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению практических занятий, участию в решении задач, активному участию обучающихся в обсуждении рассматриваемых вопросов, самостоятельной работе, включающей в себя чтение рекомендованной литературы.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины является важным компонентом обучения. Настоящей программой предусмотрены формы самостоятельной работы с использованием методических материалов, в качество которых кроме материалов курса выступают также источники, указанные в списках обязательной и дополнительной литературы.

Перечень примерных вопросов для самостоятельной работы обучающихся

1. K0 и K’0 теории, их совпадение для гладких алгебраических многообразий.

2. Вычисление K-теории для проективного пространства и для многообразий Севери-Брауэра.

3. Вычисление K-теории квадрики.

4. K-теория как ориентированная теория когомологий.

5. Подход к теории пересечений, основанный на K-теории.

6. Характер Черна.

7. Теорема Римана-Роха-Гротендика.

8. Теорема жесткости Суслина.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного года по дисциплине проводятся практические занятия с выступлениями обучающихся, предлагаются темы и источники для самостоятельной работы, проводятся контрольные работы и/или выдаются обязательные, как правило, индивидуальные задания. В конце семестра проводится зачет.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устно-письменной форме и выставляется по результатам работы в течение семестра. Для получения зачета, обучающемуся необходимо решить задачи по каждой из тем контрольных работ и обязательных домашних заданий и, при необходимости, ответить на дополнительные вопросы. При наличии нерешенных заданий, студенту предоставляется возможность решить аналогичную по тематике задачу во время проведения зачета. Решения задач предоставляются письменно. При необходимости, преподаватель может задать дополнительные вопросы, как про ходу решения конкретной задачи, так и по темам курса в целом.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы зачета не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и обучающийся удаляется с зачета.

**Примерный перечень тем для задач и вопросов к зачету**

1. Теорема Суона.
2. K0 от дедекиндова кольца.
3. Кольцо Витта квадратичных форм и гомоморфизм Минора.
4. Универсальные центральные расширения и вторые гомологии групп.
5. Символ Гильберта.
6. Вычисление младшей K-теории при помощи плюс-конструкции.
7. Вычисление Квиллена-Герстена K3 от произвольного коммутативного кольца.
8. Нерв категории, теоремы Квиллена A и B.
9. Q-конструкция, сравнение плюс и Q-конструкции.
10. Вычисление старшей К-теории дедекндова кольца.
11. Вырезание в старшей K-теории.
12. Примеры вычисления K-теории однородных многообразий.
13. Характер Черна.
14. K-теория алгебраически замкнутого поля с конечными коэффициентами.
15. Формулировка и подходы к доказательству теоремы Меркурьева-Суслина.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению практических занятий и организации самостоятельной работы привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и/или ученую степень, соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Требуются стандартно оборудованные лекционные аудитории (доска, мел, губка, маркер).

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартно оборудованные аудитории для проведения занятий. По желанию лектора применяется проектор для демонстрации слайдов.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел или цветные фломастеры, губки; бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров – в объеме, необходимом для проведения занятий, по заявкам преподавателей.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Дж. Милнор. Введение в алгебраическую К-теорию. – М.: Мир, 1974.  
2. V. Srinivas. Algebraic K-theory. Second edition. – Birkhauser, 1996.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Quillen, D. On the cohomology and K-theory of the general linear groups over a finite field//Ann. of Math. – 96. – 1972. - pp 552-586. – ЭР по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2163/stable/1970825?pq-origsite=summon&seq=1#metadata_info_tab_contents>.

2. A. Suslin, On the K-theory of algebraically closed fields// Invent Math. – 73. - 1983, pp. 241-245. – ЭР по подписке СПбГУ: https://proxy.library.spbu.ru:2096/article/10.1007/BF01394024.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрено.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Пименов К.И., доцент, к.ф.-м.н.